

PHẦN I (3,0 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2}$. Đạo hàm của hàm $f(x)$ là:

- A. $f'(x) = -\frac{1}{x}$. B. $f'(x) = \frac{2}{x^3}$. C. $f'(x) = -\frac{2}{x}$. D. $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$.

Câu 2. Tìm vi phân của hàm số $f(x) = (2x + 1) \cdot e^{-x}$ tại điểm $x = 0$.

- A. $df(0) = -dx$. B. $df(0) = dx$. C. $df(0) = -2dx$. D. $df(0) = 2dx$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = e^{2x}$. Hàm số $f(x)$ có thể là:

- A. $f(x) = e^{2x}$. B. $f(x) = 2e^{2x}$. C. $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$. D. $f(x) = e^{2x+1}$.

Câu 4. Khẳng định nào sau đây là **ĐÚNG**.

- A. $\int \frac{1}{x+2} dx = \ln|x+2|$. B. $\int \frac{3}{\sqrt{x-2}} dx = 3\sqrt{x-2} + C$.
C. $\int \frac{1}{x+2} dx = -\frac{1}{(x+2)^2} + C$. D. $\int \frac{3}{\sqrt{x-2}} dx = 6\sqrt{x-2} + C$.

Câu 5. Cho $A = \int_1^{+\infty} e^{-2x} dx$; $B = \int_1^{+\infty} x^2 dx$. Khẳng định nào sau đây là **SAI**:

- A. Tích phân A hội tụ. B. Tích phân B phân kì. C. $A = -\frac{1}{2e^2}$. D. $A = \frac{1}{2e^2}$.

Câu 6. Cho hàm số $z = \sin(2x + 3y)$. Tính đạo hàm riêng cấp hai z''_{xy} .

- A. $z''_{xy} = -4\sin(2x + 3y)$. B. $z''_{xy} = -2\cos(2x + 3y)$. C. $z''_{xy} = -6\sin(2x + 3y)$. D. $z''_{xy} = -9\sin(2x + 3y)$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x; y) = y^2 + \ln(3x + 1)$. Cho biết vi phân $df(1; 2) = A \cdot dx + B \cdot dy$. Khẳng định nào sau đây là **ĐÚNG**.

- A. $A = 4$. B. $A = \frac{3}{4}$. C. $B = -4$. D. $B = \frac{3}{4}$.

Câu 8. Cho tích phân kép $J = \iint_D (x^2 + y) dx dy$ với $D = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq 1\}$. Khẳng định

nào sau đây là **ĐÚNG**:

- A. $J = \int_0^2 \left(\int_0^1 (x^2 + y) dx \right) dy$. B. $J = \int_0^2 \left(\int_0^1 (x^2 + y) dy \right) dx$.
C. $J = \int_0^2 x^2 dx + \int_0^1 y dy$. D. $J = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^2 y dy$.

Câu 9. Cho phương trình vi phân tuyến tính cấp một: $y' - \frac{1}{x}y = 3x^3$ (với $x \neq 0$) có nghiệm tổng quát $y = x(x^3 + C)$. Tìm nghiệm riêng thỏa mãn điều kiện đầu $y(2) = 8$.

- A. $y = x^4 - 8$. B. $y = x^4 - 4x$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = x^4 + 4x$.

Câu 10. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình vi phân cấp một biến số phân ly:

- A. $x(y + 1)dx - 2dy = 0$. B. $y' = 2xy$.
C. $(y^2 - 3)dx + 2xdy = 0$. D. $y' = 2xy + 1$.

Câu 11. Biết bán kính hội tụ R của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}$ là $R = 1$. Hãy tìm miền hội tụ D của chuỗi lũy thừa trên.

A. $(0; 1)$.B. $[-1; 1)$.C. $(0; 1]$.D. $[-1; 1]$.

Câu 12. Cho chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n x^n$ có giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{|a_n|}$ (với $0 < L < +\infty$). Khi đó, bán kính hội tụ của chuỗi trên là:

A. $R = \frac{1}{L}$.B. $R = L$.C. $R = L^2$.D. $R = e^L$.

PHẦN II (3,0 điểm). *Trả lời ngắn - Thí sinh điền câu trả lời ngắn (không trình bày lời giải) từ Câu 1 đến Câu 2.*

Câu 1.

a) Hãy tính giới hạn cần sử dụng khi áp dụng tiêu chuẩn D'alembert để xét sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$.

b) Tính tổng của chuỗi số $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+2}}{6^n}$.

c) Trong các chuỗi số S_1, S_2, S_3 sau, hãy xác định các chuỗi số nào hội tụ?

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}; \quad S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{n+1} \right)^n; \quad S_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-3n}{n^3 + 3n^2 + 1}.$$

Câu 2. Cho $A = \iint_D (x+2y) dx dy = \int_a^b dx \int_c^{g(x)} (x+2y) dy$ trên miền D giới hạn bởi 3 đường thẳng $x = 2; y = 0; y = x$. Trong đó a, b, c là các hằng số thực và $g(x)$ là hàm số biến x .

a) Xác định cận c và $g(x)$ trong tích phân A .

b) Ta có biến đổi $A = \iint_D (x+2y) dx dy = \int_a^b f(x) dx$. Hãy tìm hàm số $f(x)$.

c) Tính tích phân A .

PHẦN III. (4,0 điểm). *Phần tự luận - Thí sinh trình bày lời giải chi tiết các câu hỏi sau.*

Câu 1 (2,0 điểm). Giải phương trình vi phân

$$y' + 2xy = xe^{-x^2}.$$

Câu 2 (2,0 điểm). Tìm các điểm cực trị và giá trị cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x; y) = x^3 + xy + y^2 - 3x - y + 1.$$

----- HẾT -----

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Bộ Môn Toán

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

ĐÁP ÁN PHẦN TRẢ LỜI NGẮN - MÃ ĐỀ 02

ĐÁP ÁN TỰ LUẬN - MÃ ĐỀ 02